

ТЕРМОДИНАМИКА

Милош Адамовић

06.04.2022.

Садржај

1 Увод

2 Молекулско-кинетичка теорија

гасова

- Кретање молекула

- Температура

- Идеални гас

- Изопроцеси и гасни закони

- Изохорски процес

- Изобарски процес

- Изотермски процес

- Далтонов закон и

- Авогадров закон

3 Термодинамика

- Први принцип термодинамике

- Унутрашња енергија

- Количина топлоте

- Први принцип термодинамике

- Топлотни капацитети

- Топлотни капацитети гасова

- Адијабатски процес

- Други принцип

- термодинамике

- Топлотне машине

- Карноов циклус

4 Питања и задаци

- Питања и задаци

5 Одабрана литература

Увод

- Овом презентацијом биће дат кратак преглед градива средње школе из области **Молекулско-кинетичке теорије гасова** и **Термодинамике**
- Питања и кратки рачунски задаци из наведених области

Кретање молекула

- Топлотно кретање, хаотично кретање
- Топлотно кретање молекула се одвија у сваком агрегатном стању
- У чврстом телу због јаких привлачних сила имамо кретање у виду слабог осциловања
- Максвелова расподела молекула по брзинама
 - Заступљење све брзине молекула од врло малих до веома великих
 - Мали је број молекула са малим и са великим брзинама
 - Највеоватња брзина

$$v_n = \sqrt{\frac{2k_B T}{\mu}}$$

где је μ маса једног молекула, T апсолутна температура

Кретање молекула

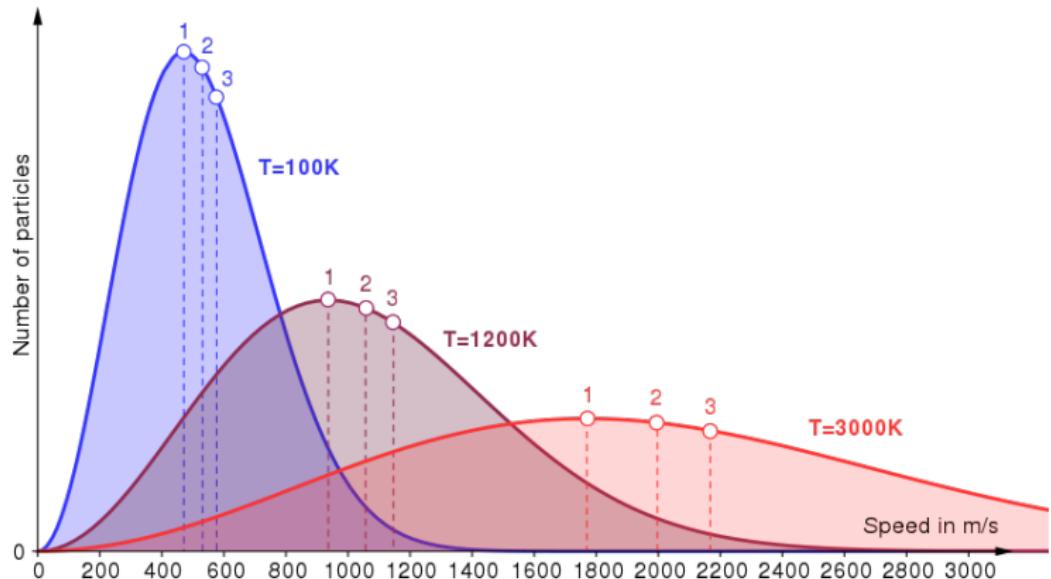
- Расподела молекула по брзинама зависи од температуре
- Средња брзина молекула

$$v_s = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi\mu}}$$

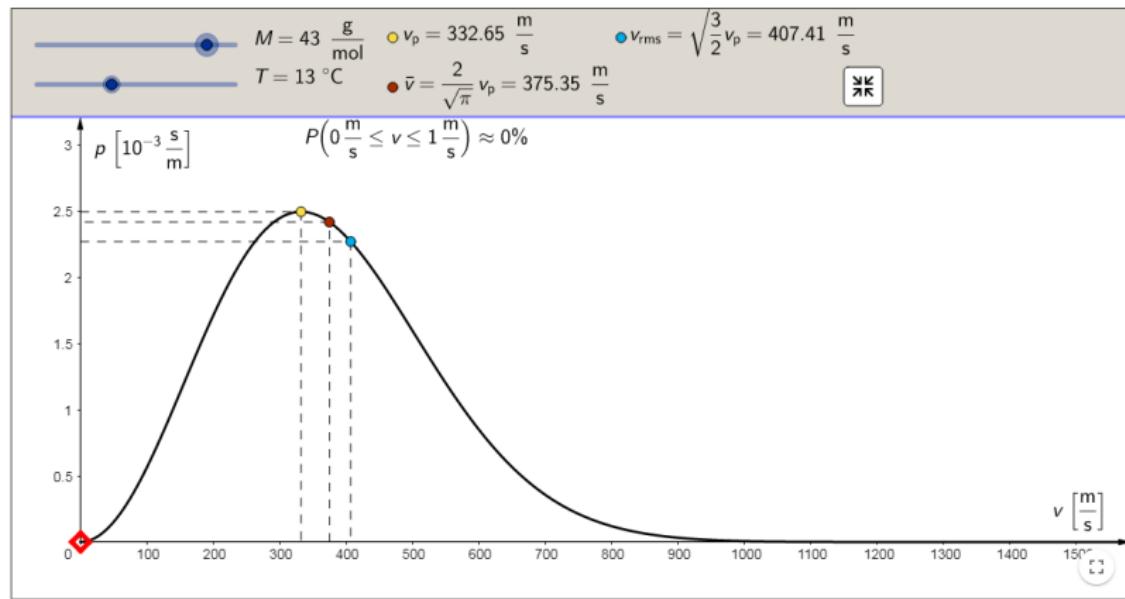
- Средња квадратна брзина

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3k_B T}{\mu}}$$

Расподела молекула по брзинама



Расподела молекула по брзинама



Температура

- Појам температуре користимо да би се исказала разлика између топлијих и хладнијих тела
- Два тела различитих температура када су у међусобном контакту топлије тело ће се хладити док ће се хладније загревати
- Два тела у топлотној равнотежи имају једнаке температуре
- Температура је мера средње кинетичке енергије топлотног кретања молекула
- Термодинамичка или апсолутна температура
- Мерна јединица апсолутне температуре је КЕЛВИН (K)
- Апсолутна нула је температура на којој нема топлотног кретања молекула
- Целзијусова и Келвинова температурска скала

Температура

- Веза између температуре (T) изражене у Келвиновој скали и температуре (t) изражене у Целзијусвој скали

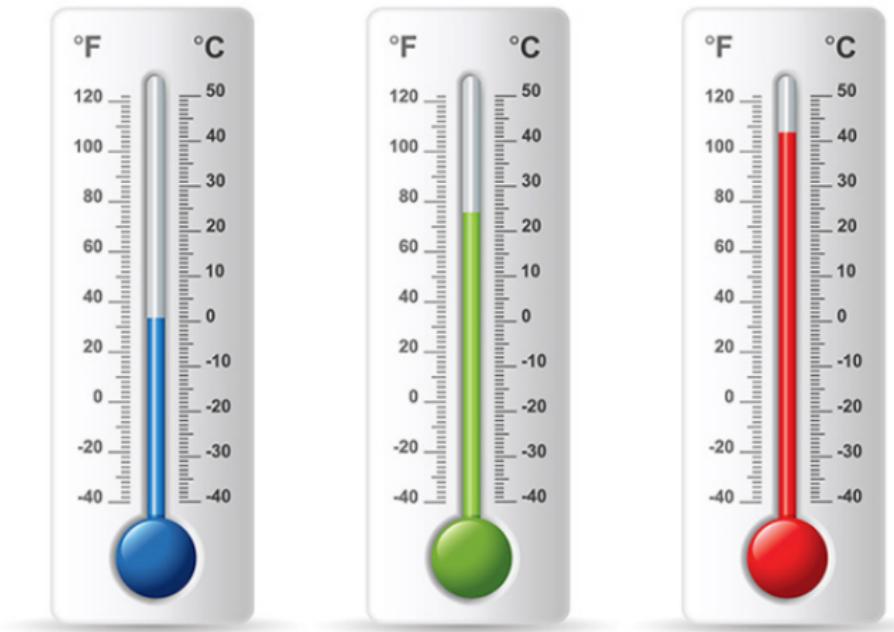
$$T = (t \cdot \frac{1}{^{\circ}C} + 273.15)K$$

односно

$$t = (T \cdot \frac{1}{K} - 273.15)^{\circ}C$$

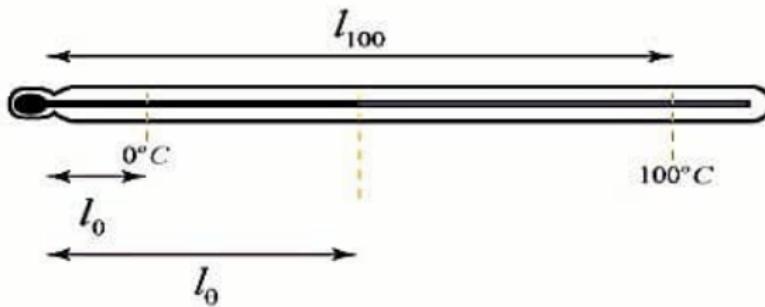
- Мерење температуре засновано је на успостављању топлотне равнотеже
- Успостављање топлотне равнотеже између термометра и тела чија се температура мери

Температура



Температура

$$T = \frac{l_0 - l_0}{l_{100} - l_0} \times 100^{\circ}C$$



Идеални гас

- Идеални гас је најједноставнији термодинамички систем
- Скуп великог броја честица
- Интеракције честица постоје само при непосредним сударима
- Међусобни судари честица и судари честица са зидовима суда у којем се честице налазе су еластични
- Димензије честица су занемарљиве у односу на њихова међусобна растојања
- Равнотежно стање гаса дефинисано је вредностима запремине, притиска, температуре и колицине гаса као параметрима стања гаса
- Термодинамички процес је прелаз гаса из једног стања у друго

Идеални гас

- Притисак гаса је резултат непрекидних судара молекула гаса за зидовима суда у којем се налазе
- Притисак гаса зависи од кинетичке енергије молекула

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

где је n концентрација молекула у суду, а \bar{E}_k њихова средња кинетичка енергија

- Притисак већи при већој концентрацији молекула
- Притисак већи када је и температура гаса већа

Идеални гас

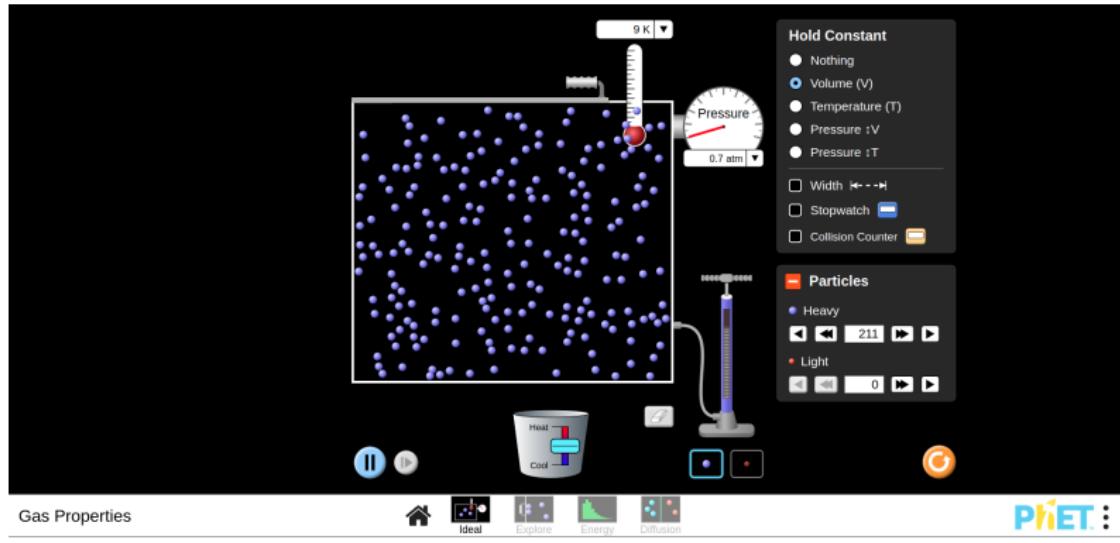
- Једначина стања идеалног гаса:

$$pV = n_m RT$$

где је n_m број молова гаса, R је универзална гасна константа.

- $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$

Идеални гас



Изопроцеси и гасни закони

- Стање гаса дефинисано вредностима притиска, запремине и температуре
- Изопроцеси - процеси у којима се један од параметара одржава на некој сталној (константној) вредности а други се мењају
- Изохорски, изобарски и изотермски процеси



Изохорски процес

- Процес у којем је запремина гаса константна зове се изохорски
- Шарлов закон (једначина изохоре):

$$p = p_0(1 + \alpha t)$$

где је $\alpha = \frac{1}{273.15^\circ C}$

- Други облик закона:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

или

$$\frac{p}{T} = const$$

Изобарски процес

- Процес у којем је притисак константан назива се изобарски процес
- Геј-Лисаков закон:

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

где је $\alpha = \frac{1}{273.15^\circ C}$

- Други облик закона:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

или

$$\frac{V}{T} = const$$

Изотермски процес

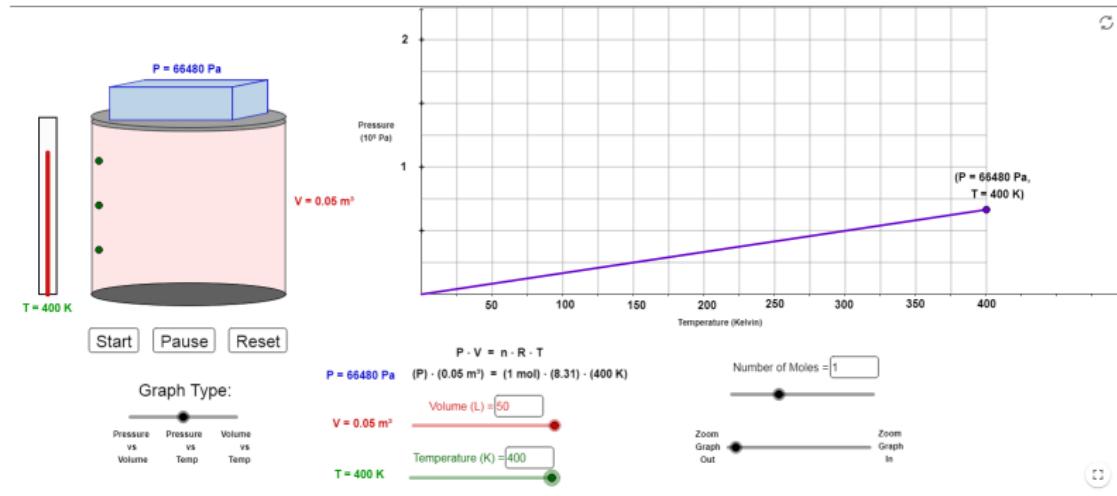
- Процес у којем се одржава константна температура назива се изотермски
- Бојл-Мариотов закон:

$$pV = \text{const}$$

односно:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Гасни закони



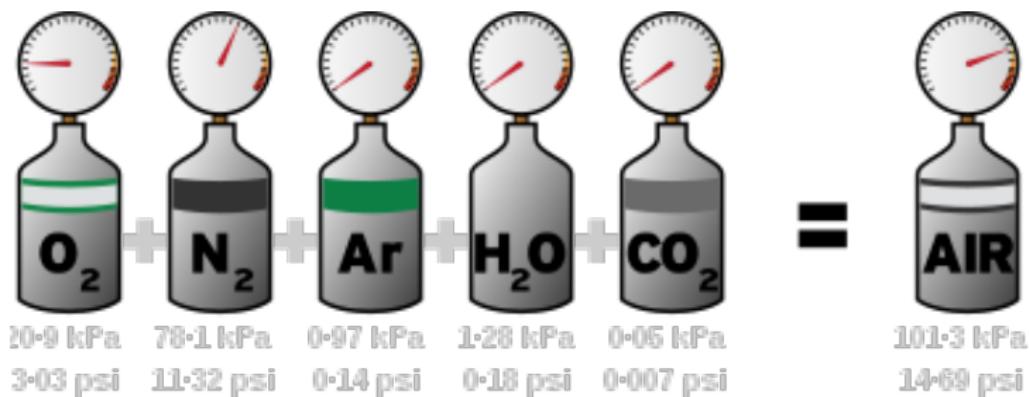
Далтонов закон и Авогадров закон

- **Далтонов заокон:** Ако се у истој посуди налази два или више гасова, укупан притисак је једнак суми парцијалних притисака свих компоненти смеше:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_j$$

- **Авогадров закон:** У једнаким запреминама гасова, при једнаким притисцима и једнаким температурама, налази се исти број молекула

Гасни закони



Термодинамика

- Топлотне појаве и својства супстанције
- Енергијске трансформације у топлотним појавама
- Величине од интереса: количина топлоте, рад, унутрашња енергија
- Претварање топлоте у механички рад

Унутрашња енергија

- Унутрашња енергија система који се састоји од великог броја честица које се крећу и међусобно интерагују је једнака збиру кинетичких и потенцијалних енергија свих честица које чине систем
- Промена унутрашње енергије неког система у неком процесу зависи од почетног и крајњег стања система
- Са повећањем температуре повећава се и унутрашња енергија система док се хлађењем смањује
- Јединица за унутрашњу енергију је ЦУЛ (J)

Унутрашња енергија идеалног гаса

- Идеални гас је систем неинтерагујућих честица
- За идеални гас од N молекула унутрашња енергија је једнака $U = N\overline{E_k}$
- Унутрашња енергија једноатомског идеалног гаса је једнака $U = \frac{3}{2}Nk_B T$
- Унутрашња енергија n молова једноатомског идеалног гаса износи $U = \frac{3}{2}nRT$
- Унутрашња енергија двоатомског идеалног гаса је $U = \frac{5}{2}Nk_B T$ и $U = \frac{5}{2}nRT$

Унутрашња енергија и рад

- Унутрашња енергија тела се може променити вршењем рада.
- Ако тело врши рад његова унутрашња енергија се смањује
- Ако се на телу врши рад његова унутрашња енергија се повећава
- Промена унутрашње енергије повезана је са променом температуре
- Процес промене унутрашње енергије без вршења рада се назива топлотна размена

Рад при ширењу и сабирању гаса

- Рад гаса при константном притиску одређује се преко формуле

$$A = p\Delta V$$

где је ΔV промена запремине гаса

- Рад гаса је позитиван при ширењу гаса а негативан при сабирању гаса
- Рад гаса је једнак нули када је запремина константна
- Рад гаса у цикличном процесу, позитиван и негативан у зависности од положаја криве ширења у односу на криву сабирања

Количина топлоте

- Енергија коју неко тело или систем размени са другим у процесу топлотне размене називамо количином топлоте
- Јединица за количину топлоте је ЦУЛ (J)
- Договор: Количина топлоте коју систем прими је позитивна док је количина топлоте коју систем преда околини негативна
- Појам везан за процес преношења енергије са тела на тело

Први принцип термодинамике

- Унутрашња енергија се може мењати вршењем рада и разменом топлоте
- Унутрашња енергија се повећава ако систем прима топлоту а смањује ако систем врши рад
- Количина топлоте коју систем у неком процесу размени са околином једнака је збире рада система и промене његове унутрашње енергије у том процесу

$$\Delta U = Q - A$$

односно $Q = A + \Delta U$

Први принцип термодинамике

- У изохорском процесу рад гаса једнак је нули

$$Q = \Delta U$$

- У изохорском процесу ако гас прима топлоту повећава му се унутрашња енергија, док ако гас предаје топлоту њему се унутрашња енергија смањује
- У изобарском процесу део топлоте које гас размени са околином троши се на вршење рада, а део на промену унутрашње енергије гаса:

$$Q = p(V_2 - V_1) + \Delta U$$

Први принцип термодинамике

- У изотермском процесу гас сву топлоту размењену са околином троши на вршење рада

$$Q = A$$

- Ако гас у изотермском процесу прима топлоту, он се шири и врши рад
- При изотермском сабирању гас отпушта топлоту

Топлотни капацитети

- Топлотни капацитет тела је бројно једнак количини топлоте коју тело треба да прими или преда да би му се температура променила за један степен (K).

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

- Јединица за топлотни капацитет је ЦУЛ по КЕЛВИНУ (J/K)
- Топлотни капацитет је карактеристика тела
- Специфични топлотни капацитет бројно је једнак количини топлоте коју треба да прими или отпусти количина $1kg$ супстанције да би јој се температура променила за један степен (K)

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}$$

- Јединица за специфични топлотни капацитет је ЦУЛ по КИЛОГРАМ КЕЛВИНУ ($J/(kg \cdot K)$)

Топлотни капацитети

- Моларни топлотни капацитет гаса је једнак количини топлоте коју треба да прими или отпусти један мол гаса да би му се температура променила за један степен (К).

$$c_m = \frac{Q}{n_m \Delta T}$$

- Веза специфичног и моларног топлотног капацитета

$$c_m = c \cdot M$$

Топлотни капацитети гасова

- У изохорском процесу за једноатомски гас

$$C_V = \frac{3}{2}R$$

- У изохорском процесу за двоатомски гас

$$C_V = \frac{5}{2}R$$

- Специфични топлотни капацитет у изохорском процесу за једноатомски гас

$$c_V = \frac{3R}{2M}$$

док је за двоатомски гас:

$$c_V = \frac{5R}{2M}$$

- Унутрашња енергија $\Delta U = n_m C_V \Delta T$

Топлотни капацитети гасова

- У изобарском процесу за једноатомски гас

$$C_p = \frac{5}{2}R$$

- У изобарском процесу за двоатомски гас

$$C_V = \frac{7}{2}R$$

- Специфични топлотни капацитет у изобарском процесу за једноатомски гас

$$c_p = \frac{5R}{2M}$$

док је за двоатомски гас:

$$c_p = \frac{7R}{2M}$$

- Величина $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ као важна карактеристика гаса

Адијабатски процес

- Адијабатски процес је процес у току којег систем не размењује топлоту са околином
- Процеси у топлотно изолованим системима
- При адијабатском ширењу гас се хлади
- При адијабатском сабирању гас се загрева
- Једначина адијабатског процеса

$$pV^\gamma = \text{const}$$

односно

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

Други принцип термодинамике

- Немогућ је процес преласка топлоте са тела ниже температуре на тело више температуре.
- Немогућ је циклични процес чији је једини резултат узимање топлоте од једног топлотног резервоара и њено потпуно претварање у рад
- Немогуће је направити уређај који би само узимао топлоту од околине и у потпуности је претварао у рад
- Смер одвијања процеса
- Ентропија као величина мере неуређености система

$$\Delta S \geq 0$$

Топлотне машине

- У топлотним моторима рад се врши на рачун топлоте која се ослободи сагоревањем горива
- Топлотни мотор је уређај којим се топлота претвара у механички рад
- Степен корисног дејства топлотног мотора једнак је количнику рада који изврши гас у једном циклусу и количине топлоте коју при томе апсорбује од грејача:

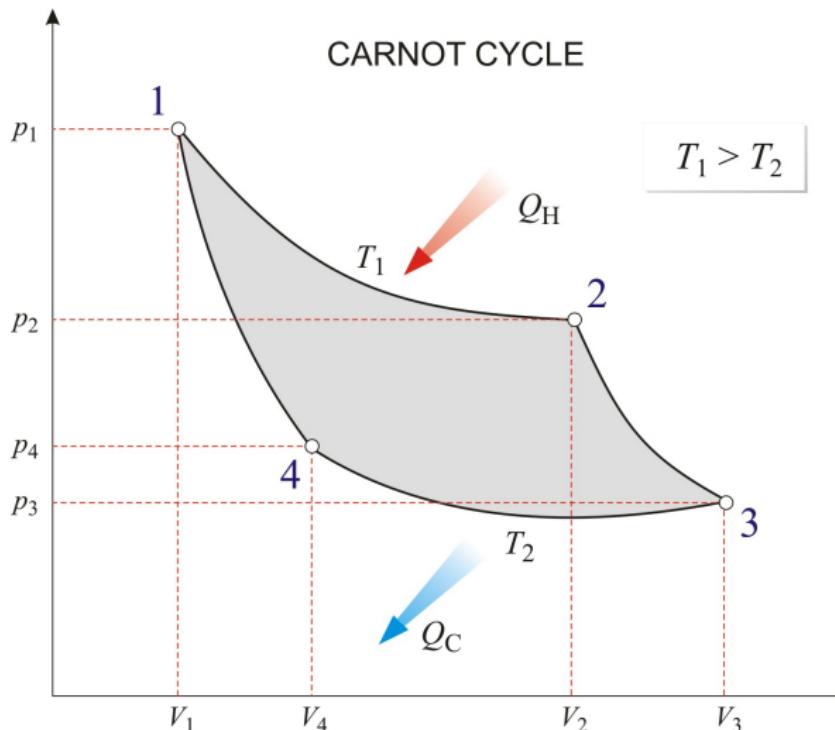
$$\eta = \frac{A}{Q_{abs}}$$

Карноов циклус

- Кружни процес који се састоји од две изотерме и две адијабате назива се Карноов циклус
- Ефикасност Карноовог циклуса:

$$\eta_C = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Карноов циклус



Питање 1.

Процес промене стања гаса при сталној запремини назива се:

- (а) Изобарски
- (б) Изохорски
- (в) Изотермски

Питање 1.

Процес промене стања гаса при сталној запремини назива се:

- (а) Изобарски
- (б) Изохорски
- (в) Изотермски

Питање 2.

Према основној једначини молекулско-кинетичке теорије притисак идеалног гаса сразмеран је:

- (а) средњој вредности квадрата кинетичке енергије молекула
- (б) квадрату средње вредности кинетичке енергије молекула
- (в) средњој вредности кинетичке енергије молекула
- (г) квадратном корену средње вредности кинетичке енергије молекула

Питање 2.

Према основној једначини молекулско-кинетичке теорије притисак идеалног гаса сразмеран је:

- (а) средњој вредности квадрата кинетичке енергије молекула
- (б) квадрату средње вредности кинетичке енергије молекула
- (в) средњој вредности кинетичке енергије молекула
- (г) квадратном корену средње вредности кинетичке енергије молекула

Задатак 1.

Ако се температура гаса од 20°C повиси за 293°C при константном притиску запремина гаса се промени приближно:

- (а) 0.2 пута
- (б) 1.2 пута
- (в) 2.0 пута
- (г) 10.0 пута
- (д) 20.0 пута
- (е) 273.0 пута

Задатак 1.

Ако се температура гаса од $20^{\circ}C$ повиси за $293^{\circ}C$ при константном притиску запремина гаса се промени приближно:

- (а) 0.2 пута
- (б) 1.2 пута
- (в) 2.0 пута
- (г) 10.0 пута
- (д) 20.0 пута
- (е) 273.0 пута

Важи да је $\frac{V}{T} = \text{const.}$ Познато је: $T_1 = 20^{\circ}C = 293.15K$, $T_2 = 313^{\circ}C = 586.15K$ Мора да важи додатно:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

одакле добијамо:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{(313 + 273.15)K}{(20 + 273.15)K} = 1.99948831656 \cong 2$$

Задатак 2.

Разматрамо молекуле неког гаса на температури $T = 300\text{ K}$. Највероватнија брзина молекула износи $v_n = 1130\text{ m/s}$. Моларна маса молекула гаса износи:

- (а) 4 g/mol
- (б) 10 g/mol
- (в) 1 g/mol

Задатак 2.

Разматрамо молекуле неког гаса на температури $T = 300\text{ K}$. Највероватнија брзина молекула износи $v_n = 1130\text{ m/s}$. Моларна маса молекула гаса износи:

- (a) 4 g/mol ✓
- (б) 10 g/mol ✗
- (в) 1 g/mol ✗

Користимо израз за највероватнију брзину:

$$v_n = \sqrt{\frac{2k_B T}{\mu}}$$

и уводимо моларну масу M :

$$v_n = \sqrt{\frac{2k_B T N_{AV}}{M}}$$

где је N_{AV} Авогадров број. Добија се:

$$M = \frac{2k_B T N_{AV}}{v_n^2} \cong 4\text{ g/mol}$$



Питање 3.

Као резултат прорачуна добијено је да је разлика топлотних капацитета неког система $C_p - C_V = \frac{3}{2}RT$. Да ли је овај резултат коректан?

- (а) Да
- (б) Не

Питање 3.

Као резултат прорачуна добијено је да је разлика топлотних капацитета неког система $C_p - C_V = \frac{3}{2}RT$. Да ли је овај резултат коректан?

- (а) Да
- (б) Не

Израз није димензионо коректан!

Задатак 4.

При пуњењу металног балона гасом до притиска 16.5 MPa гас се загреје до 50°C . Колики ће бити притисак гаса у балону када се он касније охлади до 20°C :

- (а) 15 MPa
- (б) 20 MPa
- (в) 10 MPa

Задатак 4.

При пуњењу металног балона гасом до притиска 16.5 MPa гас се загреје до 50°C . Колики ће бити притисак гаса у балону када се он касније охлади до 20°C :

- (а) 15 MPa ✓
- (б) 20 MPa ✗
- (в) 10 MPa ✗

Пошто имамо метални балон можемо претпоставити да се његова запремина неће мењати $V = \text{const.}$. Имамо да је $T_1 = 50^\circ\text{C} = 323.15\text{K}$, $T_2 = 20^\circ\text{C} = 293.15\text{K}$ и $p_1 = 16.5\text{MPa}$. Када је запремина константна важи:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

одакле се добија:

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 14.96 \text{ MPa} \cong 15 \text{ MPa}$$

Задатак 5.

У балону се налази смеша $8g$ водоника и $16g$ кисеоника. Температура у балону је $20^{\circ}C$, а притисак 150 kPa . Одредити запремину балона.

Задатак 5.

У балону се налази смеша 8g водоника и 16g кисеоника. Температура у балону је 20°C , а притисак 150kPa . Одредити запремину балона.

Нека је V запремина балона, p_1 парцијални притисак гаса молекула водоника а p_2 парцијални притисак гаса молекула кисеоника. Моларна маса молекула водоника је $M_1 = 2\text{g/mol}$ а молекула кисеоника $M_2 = 32\text{g/mol}$. Притисак у балону је $p = p_1 + p_2 = 150\text{kPa}$. Важи да је:

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 V}, \quad p_2 = \frac{m_2 RT}{M_2 V}$$

где су $m_1 = 8\text{g}$ и $m_2 = 16\text{g}$. На основу тога се добија:

$$p = p_1 + p_2 = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right)$$

На основу тога запремина је:

$$V = \frac{RT}{p} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) = 0.073\text{m}^3$$

Задатак 6.

Колика је унутрашња енергија једног мола хелијума температуре $27^{\circ}C$? Колика је маса кисеоника који има толику унутрашњу енергију при истој температури?

Задатак 6.

Колика је унутрашња енергија једног мола хелијума температуре 27°C ? Колика је маса кисеоника који има толику унутрашњу енергију при истој температури?

Хелијум је једноатомски гас па је његова унутрашња енергија:

$$U_1 = \frac{3}{2} n_1 RT, n_1 = 1\text{ mol}, U_1 = 3735\text{ J}$$

Кисеоник је двоатомски гас па за њега важи:

$$U_2 = \frac{5}{2} n_2 RT, n_2 = ?$$

Број молова кисеоника n_2 одређујемо из услова да је $U_1 = U_2$:

$$\frac{3}{2} n_1 RT = \frac{5}{2} n_2 RT$$

одакле се добија да је $n_2 = \frac{3}{5} n_1 = 0.6\text{ mol}$. Маса кисеоника износи $m = n_2 M = 0.6\text{ mol} \cdot 32\text{ g/mol} = 19.2\text{ g}$



Задатак 7.

У цилиндричном суду, под лаким клипом, налази се $58g$ ваздуха. Колики је рад ваздуха у изобарском процесу ако се његова температура повећа за $100^{\circ}C$? Узети да је моларна маса ваздуха $29g/mol$.

Задатак 7.

У цилиндричном суду, под лаким клипом, налази се $58g$ ваздуха. Колики је рад ваздуха у изобарском процесу ако се његова температура повећа за $100^{\circ}C$? Узети да је моларна маса ваздуха $29g/mol$.

Нека је p притисак ваздуха под клипом, маса ваздуха је $m = 58g$, његова моларна маса је $M = 29g/mol$. Рад гаса дат је са $A = p(V_2 - V_1)$. Почетна температура T_1 и запремина V_1 док су крајња температура и запремина T_2 и V_2 респективно. Знамо да је $T_2 - T_1 = 100^{\circ}C$. Пошто важи:

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1, pV_2 = \frac{m}{M} RT_2$$

имамо да је рад:

$$A = pV_2 - pV_1 = \frac{m}{M} RT_2 - \frac{m}{M} RT_1 = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = \frac{m}{M} R\Delta T = 1660J$$

Задатак 8.

Доказати да за једначину адијабатског процеса такође важи
да је $TV^{\gamma-1} = const.$

Задатак 8.

Доказати да за једначину адијабатског процеса такође важи да је $TV^{\gamma-1} = \text{const.}$

Знамо да за адијабатски процес важи:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

што можемо записати и као:

$$p_1 V_1 V_1^{\gamma-1} = p_2 V_2 V_2^{\gamma-1}$$

па је на основу једначине стања:

$$nRT_1 V_1^{\gamma-1} = nRT_2 V_2^{\gamma-1}$$

Закључујемо да додатно важи:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

односно:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

што је и требало доказати.

Задатак 9.

У суду запремине 3 l налази се гас под притиском 200 kPa . У другом суду запремине 4 l налази се исти такав гас под притиском 100 kPa . Температура у оба суда је иста. Колики ће бити притисак у оба суда ако се они споје цевчицом занемарљиве запремине?

Задатак 9.

У суду запремине $3l$ налази се гас под притиском $200kPa$. У другом суду запремине $4l$ налази се исти такав гас под притиском $100kPa$. Температура у оба суда је иста. Колики ће бити притисак у оба суда ако се они споје цевчицом занемарљиве запремине?

За први суд важи $p_1 V_1 = n_1 RT$ док за други важи $p_2 V_2 = n_2 RT$. Када се судови споје запремина ће бити $V_1 + V_2$ а број молова $n_1 + n_2$ па ће важити $p(V_1 + V_2) = (n_1 + n_2)RT$. Из наведених једначина следи:

$$p(V_1 + V_2) = p_1 V_1 + p_2 V_2$$

одакле је:

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

За вредности $p_1 = 200kPa$, $V_1 = 3l$, $p_2 = 100kPa$, $V_2 = 4l$ се добија:

$$p = 142.8kPa$$

Задатак 10.

Параметри почетног стања гаса су $p_1 = 100\text{ kPa}$, $V_1 = 12\text{ l}$ и $T_1 = 300\text{ K}$. Колики рад изврши гас ако се изобарски загрева до температуре $T_2 = 400\text{ K}$?

Задатак 10.

Параметри почетног стања гаса су $p_1 = 100\text{kPa}$, $V_1 = 12\text{l}$ и $T_1 = 300\text{K}$. Колики рад изврши гас ако се изобарски загрева до температуре $T_2 = 400\text{K}$?

У изобарском процесу важи:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

одакле је:

$$V_2 = \frac{V_1}{T_1} T_2$$

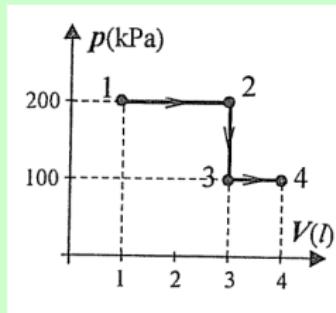
Рад гаса је дат са:

$$A = p_1(V_2 - V_1) = p_1\left(\frac{V_1}{T_1} T_2 - V_1\right) = p_1 V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = 400\text{J}$$



Задатак 11.

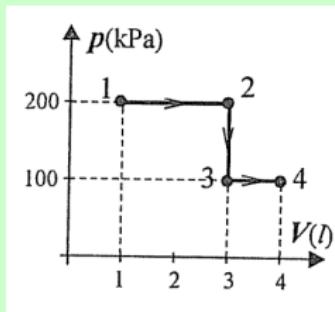
Колики рад изврши гас при преласку из стања 1 у стање 4 на начин приказан на слици?



Слика уз Задатак 11.

Задатак 11.

Колики рад изврши гас при преласку из стања 1 у стање 4 на начин приказан на слици?



Слика уз Задатак 11.

Рад гаса је једнак збире површина испод две изобаре (изобара 1-2 и изобара 3-4). Рад износи:

$$A = (200\text{ kPa} \cdot 2\text{ l}) + (100\text{ kPa} \cdot 1\text{ l}) = (200 \cdot 2)J + (100 \cdot 1)J = 500J$$

Одабрана литература

-  *Наташа Чалуковић, Физика 2, уџбеник за 2. разред гимназије природно-математичког смера, Круг, Београд 2015. године*
-  *Наташа Чалуковић, Наташа Каделбург, Физика 2, збирка задатака и тестова за 2. разред гимназије, Круг, Београд 1999. године*
-  *Наташа Чалуковић, Физика 2, уџбеник за 2. разред Математичке гимназије, Круг, Београд 2011. године*
-  *Наташа Чалуковић, Милан Распоповић, Физика 2М, збирка решених задатака за други разред Математичке гимназије и за припремање такмичења, Круг, Београд 2003. године*